Orantý Çözüm Tekniði

Onaylayan Administrator

Orantý Çözüm Tekniði

Bu proje ile olimpiyat geometrisinde yeni bir çözüm tekniði ortaya atmýþ oluyorum. Ulusal yarýþmalarda kullanýlabilir olup olmadýðýný zaman içinde birlikte göreceðiz. Her düzeyden anlaþýlabilmesi için mümkün olduðunca detaylý anlatmaya çalýþacaðým. Umarým detaylara takýlarak pratik olan bu metodu karýþ bir hale getirmiþ olmam.

Projemizde kullanacaðýmýz Oran - Orantý özelliðini verelim:

Hem pay hem de paydaya ayný iþlemleri yaptýðýmýzda orantý sabiti deðiþmemektedir. Bu yaklaþýmla orantý özelliðini daha genel bir yapýda düþünebiliyorduk.

Bu özelliði kullanarak aþaðýdaki orantýya yeni eþitlikler kazandýrabilirsiniz.

Aradaki ardýþýklýktan esinlenerek Proje 2 de yayýnladýðýmýz Ardýþýk açýlar tekniði ile baðlantý kurmaya çalýþacaðýz.

Projemizde kullanacaðýmýz Sinüs teoremini:

Proje 2 de sadece elde edilen ikizkenar üçgenlerin kombinasyonlarýyla ilgilenmiþtik. Burada bir adým daha ileri giderek Proje 2 ile proje 7 sonunda verilen sinüs teoremi pratiðini birleþtirerek açýlarla kenarlar arasýnda iliþkiler kurmaya çalýþacaðýz.

Sinüs teoremini þekle göre aþaðýdaki tarzda düþünerek iþlemlerimize kolaylýk getireceðiz.

Projemizde örnek olarak kullandýðýmýz 36-72-72 özel üçgeninin kenar uzunluklarý ve açýlarýný yukarýdaki tarzda sinüs teoremi ile iliþkilendireceðiz.

Proje 2 de elde ettiðimiz 36-72-72 özel üçgeni bu projemizin baþ kahramaný olacak. Sizler burada verilecek mantýðý diðer özel üçgenlere de uygulayarak daha güzel çalýþmalara imza atabilirsiniz.

Elde ettiðimiz
orantýya yeni eþitlikler kazandýrarak geniþlettiðimiz orantýyý soru
çözümlerinde nasýl kullanýldýðýný göstereceðim.

Bu orantýda kullanýlan orana geometride Altýn oran olarak bilinir. Çalýþmalarým derinleþtikçe
Altýn ismi boþuna verilmemiþ diye düþünüyorum

Altýn orana yeni kenar oranlarý ekleyelim:

Altýn orana yeni açý oranlarý eklemeye çalýþalým:

ABC
36-72-72 özel üçgenimize þekildeki gibi ACD eþkenar üçgenini ekleyelim. (ABCD
merkezil dörtgeni oluþtuðundan açýlarý kolayca bulabilirsiniz)

Þekilde
ABC ve BCD üçgenlerinde sinüs teoremini kullanarak aþaðýdaki eþitlikleri
yazabiliriz.

1. þekildeki ikizkenar üçgene, þekil 2 de ki gibi eþkenar üçgen eklediðimizde
DBCA deltoidi elde ediliyor.

ABC ve DBC üçgenlerinde sinüs teoremi uygulanýrsa;

Þimdiye kadar elde ettiklerimizi bir arada yazarsak: (Aþaðýdaki orantýyý sýk
sýk yazmamak için kýsaca fi orantýsý veya altýn oran diyeceðim:

Bu
fi orantýsýnda a>b olduðu açýktýr.

Son elde ettiðimiz fi orantýsýný
(altýn oraný) hatýrladýðýmýzda þimdiye kadar karþýlaþtýðýmýz bazý sorularýn
aslýnda çok kolay çözülebildiðine hayretle hep birlikte þahit olacaðýz.
Orantý çözüm tekniðinin kavranmasý için örneklerden sonra daha karýþýk
yapýdaki sorularý çözmek için bir kaç kural daha yazacaðýz.

Orantý Çözüm Tekniði ile ilgili uygulamalar

Ýlk örneðimiz olduðu için biraz fazla detaya gireceðim. Bu detay orantý çözüm metodunun pratikliðini gölgelememelidir.

Açýklama:

ABC üçgenine dikkat edilirse 18-30 açýlý altýn oranlý bir üçgendir. Buna göre 18 dereceli açý karþýsýna IBCI=a dersek 30 dereceli karþýsýndaki [AB] kenarýnýn uzunluðu a+b kadar olacaktýr. Yani IABI=a+b olur. Bu durumda IBDI=b olur. Þimdi ise DBC üçgeninin kenarlarý a ve b olduðundan altýn oranlý bir üçgendir. Ýlk örneðimiz olduðu için altýn oraný tekrar görelim:

fi

orantýsýna göre DBC üçgeninde a kenarý karþýsýndaki iç veya dýþ açý 30 olsa b kenarý karþýsýndaki iç veya dýþ açý 18 derece olmak durumundadýr. Bu aþamada neden 18, 30 alýndý da 54,30 veya 72,36 açýlarý alýnmadý hatta bu þekli saðlayan irrasyonel çift olamaz mý ? gibi sorular aklýnýza gelecektir. Ýlk örneðimiz olduðu için bu tür sorulara kýsaca þu cevap yeterli olacaktýr. Soruda verilen bilgilere göre ABC üçgeni tektir IADI=IBCI olduðundan DBC üçgeni de tektir. (Üçgen çizimleri ile Eþlik teoremleri iliþkisini hatýrlayýnýz) Buna göre þekilde y-x=12 olabilecek tek durum 30-18 açýlarýdýr. Yani y=30, x=18 dir. Diðer durumlar için çeliþki ile karþýlaþacaðýmýz açýktýr. O halde sorulan mDCB=18 derecedir.

Not:

fi=a/b=sinx/siny altýn oranýnda sonsuz sayýda x,y çifti bulunmaktadýr. Bunlardan sadece (30,18), (54,30), (72,36) çiftleri tamsayýdýr. (not bu açýlarýn bütünlerini dikkate almýyorum burada ölçü birimi olarak dereceyi düþünüyoruz)

Kolaylýk olmasý için açýlarý yerleþtirirken a>b olma durumunu dikkate almak iþinizi biraz kolaylaþtýracaktýr.

Proje
11
Orantý Çözüm Tekniði

Örnek 2

Örnek 3

Örnek 4

Sorudaki verilenlere göre IABI=IBCI= b diyelim ve AKC ikizkenar üçgenini oluþturalým. AKC açýlarýna göre altýn oranlý bir üçgen olduðu için IACI=b, IKCI= a olarak alýrsak a/b=fi olacaktýr. Bu durumda oluþan KCB üçgenine dikkat edilirse kenarlarý a ve b olduðu için altýn oranlý bir üçgendir. mBCK=12 derece olduðundan a karþýsýndaki açý 30, b karþýsýndaki açý 18 derece olmak durumundadýr. (altýn oraný aklýmýzda tuttuðumuz için bunu görmek için baþka iþlemler yapmamýza gerek kalmýyor.) Þimdi elde ettiðimiz bilgilere göre mBKC=18 olduðundan AKBD dörtgeninde mBAD=18 olduðundan AKBD kiriþler dörtgenidir. Buradan mABD=36 ve mDBC=x=30 derece olarak bulunur. Soruyu çözmek için daha deðiþik altýn oranlý üçgenler oluþturarak iþleme baþlayabileceðimizden dolayý daha farklý çözümler üretebileceðimiz çok açýktýr.

Umarým verdiðim örneklerle orantý çözüm tekniði ismini uygun gördüðüm bu metodu anlatabilmiþimdir. Yazý ile ancak bu kadar ifade edebildim. Þimdi orantý çözüm metodunu daha karýþýk soru yapýlarýnda kullanabilmek için biraz daha detaya inip iþlemlerimizi kolaylaþtýracak kurallar bulmaya çalýþalým.

Ýspatlarý kolay yapýlabildiði için bu ispatlarý sizin ilginize býrakýp bu bilgileri nasýl kullanabileceðimizi göstereceðim örnek verip daha sonra bazý zihinleri bulandýran soru tiplerini nasýl yazdýðýmýza deðinmiþ olalým. Yukarýdaki anlatýlanlarý daha iyi kavramak için aþaðýdaki þekli inceleyebilirsiniz.

Örnek 5

Ýki faklý yoldan çözüm yapýlacaktýr.

Ýkinci yol

Son olarak Zihin sorularýnda nasýl bir dönüþüm yaptýðýmýza deðinmiþ olalým:

Böylece 1999 da baþlattýðýmýz ve zihinleri bulandýrdýðýný söylediðimiz soru tiplerini çerez sorular haline dönüþtürmüþ olduk. Baþlattýðýmýz bu soru tipleri artýk kimsenin zihinlerini bulandýramayacak. Orantý çözüm metodu yep yeni soru tiplerini ortaya çýkarmaya baþladý. Ýçimden bu sorulara yeni nesil soru tipleri demek geliyor. Orantý çözüm tekniðini öðrenmiþ biri için bu sorular hiçte sürpriz olmayacak. Piyasayý meþgul edecek YENÝ NESÝL SORULAR dan birincisi benden olsun.

Burada simetri çözüm metoduna hiç deðinmedim bu iki projenin birleþtirilebileceði düþüncesi harika neticeler verecektir. Ayrýca bir üçgende 90 derece karþýsýnda b varsa 54 karþýsýnda a/2 vardýr gibi yeni eklemlerle bu projeyi daha derinlere götürmenin mümkün olacaðý açýk. Gençlerimizin daha güzel çalýþmalarýna bir nebze ýþýk olabiliyorsak ne mutlu bizlere...

Eyüp Kamil YEÞÝLYURT

Mart-2003

www.tmoz.info